

# MỆNH ĐỀ – TẬP HỢP

## A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

### I. MỆNH ĐỀ

- Mệnh đề:** là một khẳng định hoặc là đúng hoặc là sai và không thể vừa đúng vừa sai.

Ví dụ: • “ $2 + 3 = 5$ ” là MĐ đúng. • “ $\sqrt{2}$  là số hữu tỉ” là MĐ sai.  
• “Một quá!” không phải là MĐ.

### 2. Mệnh đề chứa biến

Ví dụ: Cho khẳng định “ $2 + n = 5$ ”. Khi thay mỗi giá trị cụ thể của  $n$  vào khẳng định trên thì ta được một mệnh đề. Khẳng định có đặc điểm như thế được gọi là mệnh đề chứa biến.

### 3. Phủ định của một mệnh đề

Pủ định của mệnh đề  $P$  ký hiệu là  $\overline{P}$  là một mệnh đề thoả mãn tính chất nếu  $P$  đúng thì  $\overline{P}$  sai, còn nếu  $P$  sai thì  $\overline{P}$  đúng.

Ví dụ:  $P$ : “3 là số nguyên tố”.  $\overline{P}$ : “3 không là số nguyên tố”.

### 4. Mệnh đề kéo theo

Mệnh đề “Nếu  $P$  thì  $Q$ ” gọi là mệnh đề kéo theo, ký hiệu  $P \Rightarrow Q$ .

Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  chỉ sai khi  $P$  đúng đồng thời  $Q$  sai.

Ví dụ: Mệnh đề “ $1 > 2$ ” là mệnh đề sai.

Mệnh đề “ $\sqrt{3} < 2 \Rightarrow 3 < 4$ ” là mệnh đề đúng.

Trong mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  thì

$P$ : gọi là giả thiết (hay  $P$  là điều kiện đủ để có  $Q$ ).

$Q$ : gọi là kết luận (hay  $Q$  là điều kiện cần để có  $P$ ).

### 5. Mệnh đề đảo – Hai mệnh đề tương đương

Mệnh đề đảo của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là mệnh đề  $Q \Rightarrow P$ .

Chú ý: Mệnh đề đảo của một đề đúng chưa hẳn là một mệnh đề đúng.

Nếu hai mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  đều đúng thì ta nói  $P$  và  $Q$  là hai mệnh đề tương đương nhau. Ký hiệu  $P \Leftrightarrow Q$ .

Cách phát biểu khác: +  $P$  khi và chỉ khi  $Q$ .

+  $P$  là điều kiện cần và đủ để có  $Q$ .

+  $Q$  là điều kiện cần và đủ để có  $P$ .

## 6. Ký hiệu $\forall, \exists$

$\forall$ : đọc là với mọi

$\exists$ : đọc là tồn tại

Ví dụ:  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ : đúng  $\exists n \in \mathbb{Z}, n^2 - 3n + 1 = 0$ : sai

## 7. Phủ định của mệnh đề với mọi, tồn tại

Mệnh đề  $P: \forall x \in D, T(x)$  có mệnh đề phủ định là  $\exists x \in D, \overline{T(x)}$ .

Mệnh đề  $P: \exists x \in D, T(x)$  có mệnh đề phủ định là  $\forall x \in D, \overline{T(x)}$ .

Lưu ý:

Phủ định của " $a < b$ " là " $a \geq b$ "

Phủ định của " $a = b$ " là " $a \neq b$ "

Phủ định của " $a > b$ " là " $a \leq b$ "

Phủ định của " $a : b$ " là " $a \nmid b$ "

Ví dụ:  $P: \exists n \in \mathbb{Z}, n < 0$

$\overline{P}: \forall n \in \mathbb{Z}, n \geq 0$

## II. TẬP HỢP

Cho tập hợp  $A$ . Nếu  $a$  là phần tử thuộc tập  $A$  ta viết  $a \in A$ .

Nếu  $a$  là phần tử không thuộc tập  $A$  ta viết  $a \notin A$ .

### 1. Cách xác định tập hợp

#### a. Cách liệt kê

Viết tất cả phần tử của tập hợp vào giữa dấu  $\{ \}$ , các phần tử cách nhau bởi dấu phẩy (,).

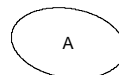
Ví dụ:  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

#### b. Cách nêu tính chất đặc trưng

Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập đó.

Ví dụ:  $A = \{x \in \mathbb{R} | 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$

Ta thường minh họa tập hợp bằng một đường cong khép kín gọi là biểu đồ Ven.



### 2. Tập hợp rỗng: Là tập hợp không chứa phần tử nào. Ký hiệu $\phi$ .

$$A \neq \phi \Leftrightarrow \exists x : x \in A$$

### 3. Tập hợp con của một tập hợp

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A, x \in B$$

**Chú ý:** •  $A \subset A$       •  $\phi \subset A$       •  $A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$

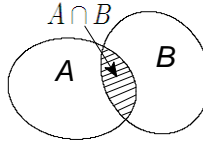
#### 4. Hai tập hợp bằng nhau:

$$A = B \Leftrightarrow \forall x, (x \in A \Leftrightarrow x \in B)$$

### III. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

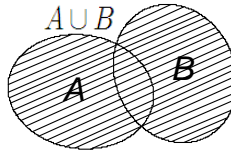
1. **Phép giao:**  $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}$

$$\text{hay } x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$$



2. **Phép hợp:**  $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$

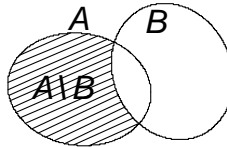
$$\text{hay } x \in A \cup B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$$



3. **Hiệu của hai tập hợp:**  $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \notin B\}$

hay

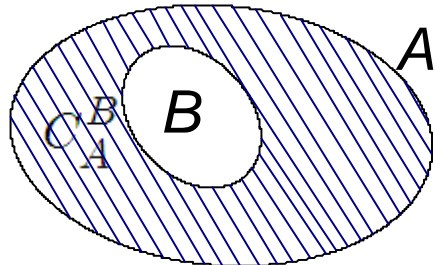
$$x \in A \setminus B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases}$$



4. **Phần bù:** Khi  $B \subset A$  thì  $A \setminus B$  gọi là phần bù của  $B$  trong  $A$ . Ký hiệu

$$C_A^B$$

Vậy,  $C_A^B = A \setminus B$  khi  $B \subset A$ .



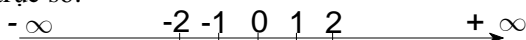
### IV. CÁC TẬP HỢP SỐ:

☞ Tập số tự nhiên  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ , ngoài ra  $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$

☞ Tập số nguyên  $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

☞ Tập các số hữu tỉ  $\mathbb{Q} = \{x = \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z} \text{ và } n \neq 0\}$

☞ Tập số thực  $\mathbb{R}$  gồm tất cả các số hữu tỉ và vô tỉ. Tập số thực được biểu diễn bằng trục số.



## 1. Quan hệ giữa các tập số: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

## 2. Các tập con thường dùng của $\mathbb{R}$

☞  $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

☞  $(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$

☞  $(-\infty; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$

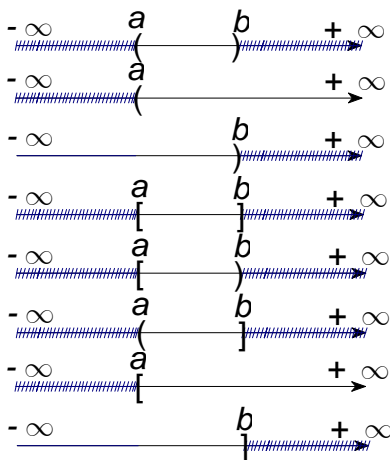
☞  $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

☞  $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$

☞  $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$

☞  $[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$

☞  $(-\infty; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$



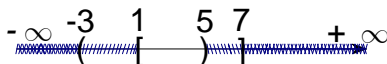
**Chú ý:**  $\mathbb{R} = (-\infty ; +\infty)$

### 3. Cách tìm giao, hợp, hiệu của các tập hợp $A, B \subset \mathbb{R}$

#### a. Cách tìm giao của $A$ và $B$

Biểu diễn các tập hợp  $A$  và  $B$  đó lên cùng một trục số thực (gạch bỏ các khoảng không thuộc  $A$  và các khoảng không thuộc  $B$ ). Phần còn lại trên trục số là kết quả  $A \cap B$

Ví dụ:  $[1 ; 7] \cap (-3 ; 5) = [1 ; 5)$



#### b. Cách tìm hợp của $A$ và $B$

Tô đậm các khoảng của  $A$ , tô đậm các khoảng của  $B$  (không gạch bỏ bất kỳ khoảng nào trên trục số), sau đó gạch bỏ các khoảng không được tô đậm. Lấy hết tất cả các khoảng được tô đậm làm kết quả cho tập  $A \cup B$

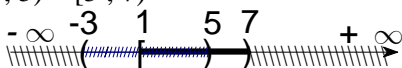
Ví dụ:  $[1 ; 7] \cup (-3 ; 5) = (-3 ; 7)$



#### c. Cách tìm hiệu của $A$ cho $B$

Tô đậm tập các khoảng của tập  $A$  và gạch bỏ các khoảng của tập  $B$ , sau đó gạch bỏ luôn các khoảng chưa được tô hoặc đánh dấu. Phần tô đậm không bị gạch bỏ là tập hợp  $A \setminus B$

Ví dụ:  $[1 ; 7] \setminus (-3 ; 5) = [5 ; 7)$



## §1. MỆNH ĐỀ

### BÀI TẬP CƠ BẢN

- 1.1.** Câu nào dưới đây là mệnh đề đúng, câu nào là mệnh đề sai?  
a. Đây là đâu?                      b. PT  $x^2 + x - 1 = 0$  vô nghiệm  
c.  $x + 3 = 5$                           d. 16 không là số nguyên tố
- 1.2.** Các mệnh đề sau đúng hay sai. Nêu mệnh đề phủ định của chúng  
a. “Phương trình  $x^2 - x - 4 = 0$  vô nghiệm”  
b. “6 là số nguyên tố”                      b. “ $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 - 1$  là số lẻ”
- 1.3.** Xác định tính đúng sai của mệnh đề  $A, B$  và tìm phủ định của nó  
A: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^3 > x^2$ ”                      B: “ $\exists x \in \mathbb{N}, x : (x+1)$ ”
- 1.4.** Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ , xét tính đúng sai và phát biểu mệnh đề đảo của nó  
a.P: “ $ABCD$  là hình chữ nhật” và Q: “ $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại trung điểm mỗi đường”  
b.P: “ $3 > 5$ ” và Q: “ $7 > 10$ ”  
c.P: “ $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ” và Q: “ $\text{Góc } B = 45^0$ ”
- 1.5.** Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  bằng 2 cách và xét tính đúng sai của nó  
a.P: “ $ABCD$  là hình bình hành” và Q: “ $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại trung điểm mỗi đường”  
b.P: “9 là số nguyên tố” và Q: “ $9^2 + 1$  là số nguyên tố”
- 1.6.** Hãy xét tính đúng sai của các mệnh đề sau đây và phát biểu mệnh đề đảo của chúng  
P: “Hình thoi  $ABCD$  có 2 đường chéo  $AC$  và  $BD$  vuông góc nhau”  
Q: “Tam giác cân có 1 góc bằng  $60^0$  là tam giác đều”  
R: “13 chia hết cho 2 nên 13 chia hết cho 10”
- 1.7.** Cho mệnh đề chứa biến  $P(x)$ : “ $x > x^2$ ”. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:  
a.  $P(1)$                       b.  $P(\frac{1}{3})$                       c.  $\forall x \in \mathbb{N}, P(x)$                       d.  $\exists x \in \mathbb{N}, P(x)$
- 1.8.** Phát biểu mệnh đề  $A \Rightarrow B$  và  $A \Leftrightarrow B$  của các cặp mệnh đề sau và xét tính đúng sai của chúng  
a.A: “Tứ giác  $T$  là hình bình hành”, B: “Tứ giác  $T$  có hai cạnh đối diện bằng nhau”

**b.A:** “Tứ giác  $T$  là hình vuông”, **B:** “Tứ giác  $T$  có 3 góc vuông”

**c.A:** “ $x > y$ ”, **B:** “ $x^2 > y^2$ ” (Với  $x, y$  là 2 số thực)

**d.A:** “Điểm  $M$  cách đều 2 cạnh của góc  $xOy$ ”, **B:** “Điểm  $M$  nằm trên đường phân giác góc  $xOy$ ”

**1.9.** Hãy xem xét các mệnh đề sau đúng hay sai và hãy phủ định chúng

$$\forall x \in \mathbb{N}, x^2 \geq 2x \quad \exists x \in \mathbb{N}, (x^2 + x) \nmid 2 \quad \forall x \in \mathbb{Z}, x^2 - x - 1 = 0$$

**1.10.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng

**A:** “Một số tự nhiên tận cùng là 6 thì số đó chia hết cho 2”

**B:** “Tam giác cân có 1 góc  $= 60^\circ$  là tam giác đều”

**C:** “Nếu tích 3 số là số dương thì cả 3 số đó đều là số dương”

**D:** “Hình thoi có 1 góc vuông thì là hình vuông”

**1.11.** Phát biểu thành lời các mệnh đề sau đây và xét tính đúng sai của chúng

**a.A:**  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$

**B:**  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$

**b.C:**  $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1}{x} > x + 1$

**D:**  $\exists x \in \mathbb{R}, \frac{1}{x} > x + 1$

**c.E:**  $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$

**F:**  $\exists x \in \mathbb{R}, \frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$

**d.G:**  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x + 2 > 0$

**G:**  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x + 2 > 0$

**1.12.** Cho số thực  $x$ . Xét các mệnh đề chứa biến

**P:** “ $x^2 = 1$ ”

**Q:** “ $x = 1$ ”

**a.** Hãy phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ , mệnh đề đảo của nó và tính đúng sai của các mệnh đề đó.

**b.** Hãy chỉ ra một giá trị của  $x$  làm cho mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  sai.

**1.13.** Cho tam giác  $ABC$ . Phát biểu mệnh đề đảo của các mệnh đề sau và xét tính đúng sai của chúng.

**a.** Nếu  $AB = BC = CA$  thì  $ABC$  là tam giác đều

**b.** Nếu  $AB > BC$  thì  $\widehat{ACB} > \widehat{BAC}$

**c.** Nếu  $\widehat{BAC} = 90^\circ$  thì  $ABC$  là một tam giác vuông

## **BÀI TẬP NÂNG CAO**

**1.14.** Hãy phát biểu và chứng minh các định lý sau đây

**a.**  $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 : 2 \Rightarrow n : 2$

**b.**  $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 : 3 \Rightarrow n : 3$

$$\text{c. } \forall n \in \mathbb{N}, n^2 : 6 \Rightarrow n : 6$$

**1.15.** Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau, nêu rõ lý do và lập mệnh đề phủ định cho các mệnh đề dưới đây

$$\text{a. } \exists r \in \mathbb{Q}, 4r^2 - 1 = 0$$

$$\text{b. } \exists n \in \mathbb{N}, (n^2 + 1) : 8$$

$$\text{c. } \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$$

$$\text{d. } \forall n \in \mathbb{N}^*, (1 + 2 + \dots + n) \nmid 11$$

**1.16.** Cho  $P(n)$ : “ $n$  là số chẵn” và  $Q(n)$ : “ $7n + 4$  là số chẵn”

a. Phát biểu và chứng minh định lý “ $\forall n \in \mathbb{N}, P(n) \Rightarrow Q(n)$ ”

b. Phát biểu và chứng minh định lý đảo của định lý trên

c. Phát biểu gộp 2 định lý trên bằng 2 cách.

**1.17.** CMR,  $\sqrt{2}$  là một số vô tỉ.

## §2. TẬP HỢP

### BÀI TẬP CƠ BẢN

**2.1.** Xác định các tập hợp sau bằng cách liệt kê

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \mid (2x + 1)(x^2 + x - 1)(2x^2 - 3x + 1) = 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 6x^2 - 5x + 1 = 0\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid (2x + x^2)(x^2 + x - 2)(x^2 - x - 12) = 0\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 > 2 \text{ và } x < 4\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x} \leq 2 \text{ và } x > -2\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 9 = 0\}$$

$$H = \{x \in \mathbb{R} \mid (x - 1)(x^2 + 6x + 5) = 0\}$$

$$I = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x + 2 = 0\}$$

$$J = \{x \in \mathbb{N} \mid (2x - 1)(x^2 - 5x + 6) = 0\}$$

$$K = \{x \mid x = 2k \text{ với } k \in \mathbb{Z} \text{ và } -3 < x < 13\}$$



$$L = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 > 4 \text{ và } |x| < 10\}$$

$$M = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 3k \text{ với } k \in \mathbb{Z} \text{ và } -1 < k < 5\}$$

$$N = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 = 0 \text{ và } x^2 - 4x + 3 = 0\}$$

**2.2.** Hãy liệt kê các phần tử của các tập hợp sau đây

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 6x^2 - 5x + 1 = 0\} \quad F = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\} \quad H = \{x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{1}{2^\alpha}, \alpha \in \mathbb{N}, x \geq \frac{1}{8}\}$$

$I$  là tập hợp các số chính phương không vượt quá 400

**2.3.** Cho tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 10x + 21 = 0 \text{ hoặc } x^3 - x = 0\}$

Hãy liệt kê tất cả các tập con của  $A$  chứa đúng 2 phần tử.

**2.4.** Tìm các tập hợp con của mỗi tập sau

$$\mathbf{a.} \phi \quad \mathbf{b.} \{\phi\}$$

**2.5.** Hãy xét quan hệ bao hàm của các tập hợp sau

$A$  là tập hợp các tam giác

$B$  là tập hợp các tam giác đều

$C$  là tập hợp các tam giác cân

**2.6.** Cho hai tập hợp

$$A = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ là ước của } 6\}, B = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ là ước chung của } 6 \text{ và } 18\}$$

Hãy xét quan hệ bao hàm của hai tập trên

**2.7.** Hãy xét quan hệ bao hàm của 2 tập hợp  $A$  và  $B$  dưới đây. Hai tập hợp  $A$  và  $B$  có bằng nhau không?

$\mathbf{a.} A$  là tập các hình vuông và  $B$  là tập các hình thoi

$$\mathbf{b.} A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là ước của } 6\}, B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là ước chung của } 24 \text{ và } 30\}$$

**2.8.** Xét mối quan hệ bao hàm giữa các tập hợp sau đây

$A$  là tập các hình tứ giác

$B$  là tập các hình bình hành

$C$  là tập các hình vuông

$D$  là tập các hình chữ nhật

**2.9.** Xét mối quan hệ bao hàm giữa các tập hợp sau đây

$A$  là tập các hình tứ giác

$B$  là tập các hình bình hành

$C$  là tập các hình thang

$D$  là tập các hình chữ nhật

$E$  là tập các hình vuông

$G$  là tập các hình thoi.

- 2.10.** Cho  $T_v$  = tập hợp tất cả các tam giác vuông  
 $T$  = tập hợp tất cả các tam giác  
 $T_c$  = tập hợp tất cả các tam giác cân  
 $T_d$  = tập hợp tất cả các tam giác đều  
 $T_{vc}$  = tập hợp tất cả các tam giác vuông cân  
 Xác định tất cả các quan hệ bao hàm giữa các tập hợp trên

## **BÀI TẬP NÂNG CAO**

**2.11.** Hãy liệt kê các phần tử của các tập hợp sau đây

$$A = \{(x; x^2) \mid x \in \{-1; 0; 1\}\} \quad B = \{(x; y) \mid x^2 + y^2 \leq 2 \text{ và } x, y \in \mathbb{Z}\}$$

**2.12.** Viết các tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng của chúng

$$A = \{2, 6, 12, 20, 30, \dots\} \quad B = \left\{1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots\right\}$$

$$C = \left\{\frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{4}{17}, \frac{5}{26}, \frac{6}{37}, \dots\right\} \quad D = \left\{2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \dots\right\}$$

**2.13.** Tìm tập hợp  $X$  sao cho  $\{a, b\} \subset X \subset \{a, b, c, d\}$

**2.14.** Tìm tập hợp  $X$  sao cho  $X \subset A$  và  $X \subset B$ , trong đó

$$A = \{a, b, c, d, e\} \text{ và } B = \{a, c, e, f\}$$

**2.15.** Chứng minh rằng

Với  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ là ước của } 6\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ là ước của } 18\}$  thì

$$A \subset B$$

**2.16.** Cho  $A = \{2; 5\}$ ;  $B = \{5; x\}$ ;  $C = \{x; y; 5\}$

Tìm các giá trị của cặp số  $(x; y)$  để tập hợp  $A = B = C$

**2.17.** Cho  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ;  $B = \{2, 4, 3\}$ ;  $C = \{2, 3\}$ ;  $D = \{2, 3, 5\}$

**a.** Tìm tất cả các tập  $X$  sao cho  $C \subset X \subset B$

**b.** Tìm tất cả các tập  $Y$  sao cho  $C \subset Y \subset A$

**2.18.** Cho  $A = \{x \mid x \text{ là ước nguyên dương của } 12\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$

$$C = \{1, 2, 3\} \text{ và } D = \{x \in \mathbb{N} \mid (x+1)(x-2)(x-4) = 0\}$$

**a.** Tìm tất cả các tập  $X$  sao cho  $D \subset X \subset A$

b. Tìm tất cả các tập  $Y$  sao cho  $C \subset Y \subset B$

### §3. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

#### BÀI TẬP CƠ BẢN

3.1. Cho  $A = \{1, 2, 3, 4\}$        $B = \{2, 4, 6\}$        $C = \{1, 3, 5\}$

Xác định các tập hợp  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup C$ ,  $A \cap C$ ,  $C \cup B$ ,  $C \cap B$

3.2. Cho tập  $E = \{a, b, c, d\}$ ;  $F = \{b, c, e, g\}$ ;  $G = \{c, d, e, f\}$

Chứng minh rằng  $E \cap (F \cup G) = (E \cap F) \cup (E \cap G)$

3.3. Cho  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  và  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ . Hãy xác định  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$

3.4. Cho  $A = \{a, e, i, o\}$  và  $E = \{a, b, c, d, i, e, o, f\}$ . Xác định  $C_E^A$

3.5. Cho  $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 8\}$ ,  $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 6\}$

a. Tìm  $C_E^A$ ,  $C_E^B$ ,  $C_E^A \cap C_E^B$       b. Chứng minh  $C_E^{A \cup B} \subset C_E^{A \cap B}$

3.6. Cho  $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 5\}$ ,  $F = \{x \in \mathbb{N} \mid |x| \leq 5\}$

và  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x-2)(x+1)(2x^2-x-3)=0\}$

a. Chứng minh  $A \subset E$  và  $B \subset E$

b. Tìm  $C_E^{A \cap B}$ ,  $C_E^{A \cup B}$  rồi tìm quan hệ giữa hai tập này

c. Chứng minh rằng  $C_E^{A \cup B} \subset C_E^A$

3.7. Cho  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 6\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 15\}$ ,  $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 30\}$

Chứng minh rằng  $C = A \cap B$

3.8. Hãy xác định  $A \cap A$ ,  $A \cup A$ ,  $A \cap \phi$ ,  $A \cup \phi$ ,  $C_A^A$ ,  $C_A^\phi$

3.9. Cho  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x - 12 = 0 \text{ và } 2x^2 - 7x + 3 = 0\}$

$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x^2 - 13x + 12 = 0 \text{ hoặc } x^2 - 3x = 0\}$

Xác định các tập hợp sau đây  $A \cap B$ ;  $A \setminus B$ ;  $B \setminus A$ ;  $A \cup B$

3.10. Cho  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\}$  và  $B = \{1; 2; 3; 6; 7; 8\}$

a. Xác định  $A \cup B$ ;  $A \cap B$ ;  $A \setminus B$ ;  $B \setminus A$

**b.**CMR,  $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

### **BÀI TẬP NÂNG CAO**

**3.11.**Cho tập hợp  $A$ . Hãy cho biết quan hệ giữa tập  $B$  và tập  $A$  nếu

$$A \cap B = B$$

$$A \cap B = A$$

$$A \cup B = A$$

$$A \cup B = B$$

$$A \setminus B = \phi$$

$$A \setminus B = A$$

**3.12.**Cho  $A$  và  $B$  là hai tập hợp. Hãy xác định các tập hợp sau

**a.** $(A \cap B) \cup A$

**b.** $(A \cup B) \cap B$

**c.** $(A \setminus B) \cup B$

**d.** $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$

**3.13.**Cho  $A$  và  $B$  là hai tập hợp khác rỗng phân biệt. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng

**a.** $A \subset B \setminus A$

**b.** $A \subset A \cup B$

**c.** $A \cap B \subset A \cup B$

**d.** $A \setminus B \subset A$

**3.14.**Chứng minh rằng

**a.** $A \cap B \subset A$  và  $A \cap B \subset B$

**b.** $A = \{x \in \mathbb{Z} | x \text{ là ước của } 6\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{Z} | x \text{ là ước của } 18\}$  thì  $A \subset B$

**c.** $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

**d.** $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$ , với  $P(X)$  là tập hợp các tập con của  $X$

**e.**Với  $A = \{x \in \mathbb{Z} | x \text{ là bội của } 3 \text{ và } 4\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{Z} | x \text{ là bội của } 12\}$  thì ta có  $A = B$

**3.15.**Tìm tập hợp  $X$  sao cho  $A \cup X = B$  với  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{a, b, c, d\}$

**3.16.**Gọi  $N(A)$  là số phần tử của tập  $A$ . Cho  $N(A) = 25$ ;  $N(B) = 29$ ,  $N(A \cup B) = 41$ .

Tính  $N(A \cap B)$ ;  $N(A \setminus B)$ ;  $N(B \setminus A)$

**3.17.a.**Xác định các tập hợp  $X$  sao cho  $\{a; b\} \subset X \subset \{a; b; c; d; e\}$

**b.**Cho  $A = \{1; 2\}$ ;  $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ . Xác định các tập hợp  $X$  sao cho  $A \cup X = B$

**c.**Tìm  $A, B$  biết  $A \cap B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ ;  $A \setminus B = \{-3; -2\}$

và  $B \setminus A = \{6; 9; 10\}$

**3.18.**Cho  $A = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 < 4\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{Z} | (5x - 3x^2)(x^2 - 2x - 3) = 0\}$

**a.**Liệt kê  $A$ ;  $B$

**b.CMR**  $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

**3.19.** Cho tập hợp  $E = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x < 7\}$

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid (x^2 - 9)(x^2 - 5x - 6) = 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là số nguyên tố không quá } 5\}$$

**a.CMR**,  $A \subset E$  và  $B \subset E$

**b.Tìm**  $C_E A$  ;  $C_E B$  ;  $C_E (A \cap B)$

**3.20.** Chứng minh rằng

**a.** Nếu  $A \subset C$  và  $B \subset D$  thì  $(A \cup B) \subset (C \cup D)$

**b.**  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

**c.**  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

#### §4. CÁC TẬP HỢP SỐ

**4.1.** Xác định các tập hợp sau và biểu diễn chúng lên trục số.

**a.**  $[-3; 1) \cup (0; 4]$

**b.**  $[-3; 1) \cap (0; 4]$

**c.**  $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

**d.**  $(-\infty; 1) \cap (2; +\infty)$

**4.2.** Cho tập hợp  $A = (-2; 3)$  và  $B = [1; 5)$ . Xác định các tập hợp

$$A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$$

**4.3.** Cho  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 4\}$  ;  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x - 1 \leq 8\}$

Viết các tập hợp sau dưới dạng khoảng – đoạn – nửa khoảng

$$A \cap B ; A \setminus B ; B \setminus A ; \mathbb{R} \setminus (A \cup B)$$

**4.4.** Cho  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 4\}$  ;  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x + 1 < 3\}$

Viết các tập hợp sau dưới dạng khoảng – đoạn – nửa khoảng

$$A \cap B ; A \setminus B ; B \setminus A ; \mathbb{R} \setminus (A \cup B)$$

**4.5.** Cho  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 5\}$  và  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x \leq 5\}$ . Xác định các

$$\text{tập hợp } A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$$

**4.6.** Cho hai tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$  và  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 5\}$ . Xác

định các tập hợp  $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$

**4.7.** Cho hai tập hợp  $A = \{2, 7\}$  và  $B = (-3; 5]$ . Xác định các tập hợp

$A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$

**4.8.** Xác định các tập hợp sau đây và biểu diễn chúng lên trục số

**a.**  $\mathbb{R} \setminus ((0; 1) \cup (2; 3))$

**b.**  $\mathbb{R} \setminus ((3; 5) \cap (4; 6))$

**c.**  $(-2; 7) \setminus [1; 3]$

**d.**  $((-1; 2) \cup (3; 5)) \setminus (1; 4)$

**4.9.** Cho  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 5\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 \leq x \leq 7\}$  và

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 6\}$$

**a.** Hãy xác định  $A \cap B, A \cap C, B \cap C, A \cup C, A \setminus (B \cup C)$

**b.** Gọi  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ . Hãy xác định  $a, b$  để  $D \subset A \cap B \cap C$

**4.10.** Viết phần bù trong  $\mathbb{R}$  của các tập hợp:  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 10\}$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| > 2\} \quad ; \quad C = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x + 2 \leq 5\}$$

**4.11.** Cho  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -3 \text{ hoặc } x > 6\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 25 \leq 0\}$

**a.** Tìm các khoảng, đoạn, nửa khoảng sau đây

$$A \setminus B \ ; \ B \setminus A \ ; \ \mathbb{R} \setminus (A \cup B) \ ; \ \mathbb{R} \setminus (A \cap B) \ ; \ \mathbb{R} \setminus (A \setminus B)$$

**b.** Cho  $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$  ;  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq b\}$ . Xác định  $a$  và  $b$  biết rằng  $C \cap B$  và  $D \cap B$  là các đoạn có chiều dài lần lượt là 7 và 9. Tìm  $C \cap D$